

Министерство образования и науки Российской Федерации

Московский государственный университет геодезии и картографии



## Методические указания

к проведению практических занятий  
по курсу

«Физика природной среды»

Часть 1  
«Физика атмосферы»

МОСКВА 2014

Составитель: проф. Л.П. Дунаенко

Методические указания, написанные в соответствии с утвержденной программой курса "Физика природной среды", рекомендованы кафедрой физики, и утверждены к изданию редакционно-издательской комиссией факультета прикладной космонавтики и фотограмметрии для студентов, обучающихся по направлению «Геодезия и дистанционное зондирование», бакалавриат.

Московский государственный университет геодезии и картографии, 2014

103064 Москва К-64 Гороховский пер. 4

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания составлены в соответствии с программой курса физики природной среды (ФПС).

Целью практических занятий является закрепление теоретического материала и решение различных практических задач.

Широкий круг рассматриваемых вопросов и ограниченность времени, отведенного учебным планом на изучение курса ФПС, привели к необходимости решения ряда сложных задач в модельной постановке, не требующей применения ЭВМ.

В настоящих методических указаниях обобщен многолетний опыт проведения практических занятий по ФПС в МИИГАиК.

# 1. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ СУХОГО И ВЛАЖНОГО ВОЗДУХА. ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА.

Атмосфера представляет собой однородную смесь газов, основными из которых являются: азот (N), кислород (O), углекислый газ (CO<sub>2</sub>), аргон (Ar), водяной пар (H<sub>2</sub>O). Сухим называется воздух, в состав которого не входит водяной пар. В атмосферных условиях основные газы ведут себя как идеальные. Содержание каждого компонента в смеси характеризуют следующие безразмерные величины:

- массовая концентрация  $g_j = \frac{m_j}{m}$ ,
- объёмная концентрация  $r_j = \frac{v_j}{v}$ ,
- мольная концентрация  $z_j = \frac{N_j}{N}$ .

Здесь  $m_j$ ,  $v_j$ ,  $N_j$  – соответственно масса, парциальный объём и число молей  $j$ -го компонента смеси;  $m$ ,  $v$ ,  $N$  – масса, объём и число молей всей смеси газов.

Смесь идеальных газов можно рассматривать как идеальный газ с молекулярной массой  $\mu = \sum_{j=1}^{j=n} z_j \mu_j$ , где  $n$  – число компонентов смеси,  $\mu_j$  – молекулярная масса  $j$ -го компонента.

Соотношение между различными концентрациями и парциальным давлением  $P_j$   $j$ -го компонента:

$$z_j = r_j = g_j \frac{\mu}{\mu_j} = \frac{P_j}{P}$$

( $P$  – давление всей смеси газов).

Уравнение состояния сухого воздуха:

$$Pv = R_c T \quad \text{или} \quad P = \rho R_c T,$$

где  $\rho$  [кг/м<sup>3</sup>] – плотность,  $v = \frac{1}{\rho}$  – удельный объём,

$R_c$   $\left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right]$  – удельная газовая постоянная сухого воздуха, связанная с универсальной газовой постоянной  $R^* = 8,314 \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \right]$  соотношением  $R_c = \frac{R^*}{\mu_c}$  ( $\mu_c$  – молекулярная масса сухого воздуха).

Если смесь включает газы с различным числом атомов в молекуле, то её удельные теплоёмкости рассчитываются по формулам:

$$C_v = \sum_{j=1}^{j=n} g_j c_{v_j}, \quad C_p = \sum_{j=1}^{j=n} g_j c_{p_j}.$$

Влажный воздух представляет собой смесь сухого воздуха с водяным паром.

Количественные характеристики влажности:

- удельная влажность  $s$  – массовая концентрация пара во влажном воздухе (не меняется при расширении, сжатии, нагревании, охлаждении влажного воздуха, если не происходит испарения капель или конденсации пара);

- упругость (парциальное давление) пара  $e$  (гПа);
- относительная влажность  $f = \frac{e}{E} \cdot 100\%$ , где  $E$  – упругость насыщенного пара, зависящая от температуры (приложение 3);
- точка росы  $t_p$  [°C] – температура, при которой пар с упругостью  $e$  станет насыщенным, т.е.  $e = E(t_p)$ .

При охлаждении насыщенного влажного воздуха ( $f = 100\%$ ,  $e = E$ ,  $t_p = t$ ) часть водяного пара конденсируется, и удельная влажность меняется по закону:

$$\frac{ds}{s} = \frac{dE}{E} - \frac{d(P - 0,378E)}{P - 0,378E} \approx \frac{1}{E} \cdot \frac{dE}{dT} \cdot dT - \frac{dP}{P}$$

Уравнение состояния влажного воздуха:

$$Pv = R_e T \quad \text{или} \quad P = \rho R_e T,$$

где  $R_e$  – удельная газовая постоянная влажного воздуха, связанная с удельной газовой постоянной сухого воздуха  $R_c$  соотношением:

$$R_e = R_c \left( 1 + 0,378 \frac{e}{P} \right) = R_c (1 + 0,608s)$$

Виртуальной температурой  $T_v$  называется условная температура, при которой сухой воздух имеет такую же плотность, как и влажный воздух с температурой  $T$  при одинаковом давлении. Пользуясь виртуальной температурой, можно применять для влажного воздуха уравнение состояния сухого воздуха.

$$Pv = R_c T_v, \quad T_v = T(1 + 0,608s).$$

## ЗАДАЧИ

1.1. Принимая следующий состав атмосферы (по объёму): 78,1% азота, 21% кислорода и 0,9% аргона, определить газовую постоянную сухого воздуха. Найти относительную погрешность полученного значения по сравнению с принятым в Международных метеорологических таблицах  $R_c = 287,05$  Дж/(кг·К).

1.2. Принимая, что воздух состоит только из азота и кислорода (78,8% азота по объёму), рассчитать плотность сухого воздуха при нормальных условиях ( $t = 0^\circ\text{C}$ ,  $P = 1013,25$  гПа). Найти относительную погрешность полученного значения по сравнению с принятым в Международных таблицах  $\rho_c = 1,2923$  кг/м<sup>3</sup>.

1.3. Найти показатель адиабаты сухого воздуха, принимая следующий состав атмосферы:

- а) азот и кислород;
- б) азот, кислород и аргон.

Количественные данные о составе воздуха взять из условий задач 1.1, 1.2.

1.4. Принимая, что сухой воздух представляет собой смесь азота и кислорода с массовой концентрацией азота 76,2%, вычислить значения удельных теплоемкостей  $C_v$  и  $C_p$ . Определить относительную погрешность полученных значений по сравнению с табличными:

$$C_v = 718 \text{ Дж/(кг·К)}; \quad C_p = 1005 \text{ Дж/(кг·К)}.$$

1.5. По данным астрофизических и космических исследований, атмосфера Марса состоит в основном из углекислого газа и аргона. Приняв объёмную концентрацию аргона

35%, давление и температуру у поверхности планеты 6 гПа и 200 К, определить для атмосферы Марса:

- а) газовую постоянную;
  - б) плотность у поверхности планеты;
  - в) значения удельных теплоемкостей  $C_v$ ,  $C_p$  и показателя адиабаты  $k$ .
- 1.6. Доказать, что удельная влажность связана с упругостью пара зависимостью:

$$s = \frac{c \cdot e}{P - c_1 e} \approx c \frac{e}{P}$$

и определить численные значения констант  $C$  и  $C_1$ . Вычислить точное и приближенное значения удельной влажности при давлении 1000 гПа, температуре  $+25^\circ\text{C}$  и относительной влажности  $f = 90\%$  и определить относительную погрешность приближенного значения.

1.7. Доказать, что газовая постоянная влажного воздуха определяется соотношениями:

$$R_g = \frac{R^*}{1 - \left(1 - \frac{\mu_n}{\mu_c}\right) \frac{e}{P}} \approx R_c \left(1 + 0,378 \frac{e}{P}\right) \approx R_c (1 + 0,608s)$$

(индексы "n" и "c" относятся к пару и сухому воздуху). Какой воздух – сухой или влажный – имеет большую плотность при одинаковых значениях температуры и давления?

1.8. Вывести формулу для расчета виртуальной температуры  $T_v$  и вычислить её значение для насыщенного воздуха ( $f = 100\%$ ) при давлении 1000 гПа и температуре  $+40^\circ\text{C}$ .

1.9. Сравнить изохорические удельные теплоёмкости ( $C_v$ ) для сухого воздуха и для влажного воздуха при удельной влажности  $s = 0,02$ . Для какого воздуха теплоёмкость выше и на сколько процентов?

1.10. В течение суток температура воздуха изменяется от  $T_1 = 278 \text{ К}$  до  $T_2 = 288 \text{ К}$ , а упругость водяного пара – от  $e_1 = 7 \text{ гПа}$  до  $e_2 = 10 \text{ гПа}$ . Какой из этих факторов сильнее сказывается на изменении относительной влажности? Когда относительная влажность выше – ранним утром, когда температура воздуха и упругость пара минимальны, или в середине дня, когда эти параметры максимальны? Когда чаще наблюдается туман – утром или днём?

1.11. Построить зависимость точки росы от температуры влажности воздуха при давлении 1000 гПа и относительной влажности: а) 25%, б) 50%, в) 75%. Расчёт произвести для значений температуры воздуха  $-15^\circ\text{C}$ ,  $0^\circ\text{C}$ ,  $+15^\circ\text{C}$ ,  $+30^\circ\text{C}$ . Полученные зависимости аппроксимировать уравнением прямой линии.

1.12. При относительной влажности воздуха 60% точка росы составляет  $+5^\circ\text{C}$ . Определить температуру воздуха.

1.13. Указать, как изменяются относительная влажность и точка росы, если:

- а) температура воздуха растёт, а давление и удельная влажность остаются постоянными;
- б) давление растёт, а температура воздуха и удельная влажность остаются постоянными.

1.14. Интенсивность испарения воды зависит от дефицита влажности  $d$  – разности между упругостью насыщенного водяного пара  $E$  при данной температуре и упругостью пара во влажном воздухе  $e$ . Определить относительную влажность и удельную влажность

воздуха при температуре  $+25^{\circ}\text{C}$  и давлении 960 гПа, если дефицит влажности составляет:  
 а)  $d_1 = 24$  гПа; б)  $d_2 = 8$  гПа.

1.15. Близость влажного воздуха к состоянию насыщения можно характеризовать дефицитом точки росы  $\Delta t_p$  - разностью между температурой воздуха ( $t$ ) и точкой росы ( $t_p$ ). Определить относительную влажность и удельную влажность воздуха, имеющего дефицит точки росы  $10^{\circ}\text{C}$ ,

- а) при температуре  $+10^{\circ}\text{C}$  и давлении 900 гПа;
- б) при температуре  $+40^{\circ}\text{C}$  и давлении 1050 гПа.

1.16. Определить температуру и относительную влажность воздуха, имеющего дефицит влажности 8 гПа и дефицит точки росы  $5^{\circ}\text{C}$  (см. задачи 1.14, 1.15).

## 2. СТАТИКА АТМОСФЕРЫ.

Уравнение статики атмосферы выражает условия равновесия двух сил: вертикального градиента давления и силы тяжести и позволяет определить изменения давления с высотой в зависимости от плотности воздуха

$$-\frac{dP}{dz} = g\rho$$

где  $\rho$  – плотность воздуха ( $\text{кг}/\text{м}^3$ ),  $g$  – ускорение свободного падения, которое можно считать при описании процессов на высотах  $z < 100$  км и для данной точки земной поверхности величиной постоянной.

В дифференциальной форме уравнение статики позволяет выполнять расчёты изменения давления для малых приращений  $dz$ . Если известен закон изменения с высотой плотности или температуры, уравнение статики может быть проинтегрировано. Интегралы основного уравнения статики, полученные при различных предположениях относительно изменения температуры и плотности воздуха с высотой называются барометрическими формулами. Вид их различен в зависимости от вида функций  $T = T(z)$  и  $\rho = \rho(z)$

- 1) при постоянной плотности (однородная атмосфера)

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 = \text{const}, \\ P(z) &= P_0 - \rho_0 g z, \\ T(z) &= T_0 - \frac{g}{R_c} z, \end{aligned}$$

где  $R_c$  – удельная газовая постоянная сухого воздуха;

- 2) при постоянной температуре (изотермическая атмосфера)

$$\begin{aligned} T &= T_0 = \text{const}, \\ P(z) &= P_0 e^{-\frac{gz}{R_c T}}, \\ \rho(z) &= \rho_0 e^{-\frac{gz}{R_c T}}, \end{aligned}$$

- 3) при постоянном температурном градиенте (политропная атмосфера)

$$T = T_0 - \gamma z,$$

$$P(z) = P_0 \left(1 - \frac{\gamma z}{T_0}\right)^{\frac{g}{R_c \gamma}},$$

$$\rho(z) = \rho_0 \left(1 - \frac{\gamma z}{T_0}\right)^{\frac{g}{R_c \gamma - 1}},$$

где  $\gamma$  – градиент температуры;

4) при произвольном изменении температуры с высотой (общий случай)

$$T = T(z),$$

$$P(z) = P_0 e^{-\frac{gz}{R_c T_m}},$$

$$T_m = \frac{z}{\int_0^z \frac{dz}{T(z)}},$$

где  $T_m$  – средняя барометрическая температура.

Для точных расчётов высоты и давления в реальной атмосфере используется полная барометрическая формула (формула Лапласа).

$$z - z_1 = 18400(t + C_1 t_{cp}) \left[1 + C_2 \left(\frac{e}{P}\right)_{cp}\right] (1 + C_3 \cos 2\varphi)(1 + C_4 z_{cp}) \lg \frac{P_1}{P},$$

где  $z - z_1$  – разность высот в м;  $t_{cp}$  – среднеарифметическая температура слоя воздуха между уровнями  $z$  и  $z_1$ ;  $\left(\frac{e}{P}\right)_{cp}$  – среднеарифметическое отношение упругости пара, содержащегося в воздухе, к атмосферному давлению;  $\varphi$  – широта места;  $z_{cp}$  – средний уровень в слое;  $C_1, C_2, C_3, C_4$  – постоянные ( $C_1 = 0,0036 \text{ град}^{-1}$ ;  $C_2 = 0,378$ ;  $C_3 = 0,00264$ ;  $C_4 = 3,14 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ ).

Для расчетов с точностью до 1% вычисления можно производить по сокращенной барометрической формуле:

$$z - z_1 = 18400(1 + C_1 t_{cp}) \lg \frac{P_1}{P}.$$

Абсолютной высотой (абсолютным геопотенциалом) изобарической поверхности называют геопотенциальную высоту изобарической поверхности над уровнем моря. Измеряется в геопотенциальных метрах (гп·м) и определяется формулой

$$\Phi_P = 67,4 \bar{T}_v \lg \frac{P_0}{P},$$

где  $P_0, P$  – давление на уровне моря и на заданной изобарической поверхности;  $\bar{T}_v$  – средняя виртуальная температура слоя между уровнями  $P_0$  и  $P$ .

Приращение абсолютного геопотенциала  $\delta\Phi_P$  в результате изменения  $P_0(\delta P_0)$  и  $\bar{T}_v(\delta\bar{T}_v)$  равно

$$\delta\Phi_P = 67,4 \delta\bar{T}_v \lg \frac{P_0}{P} + 29,3 \bar{T}_v \frac{\delta P_0}{P_0}$$

Относительной высотой одной изобарической поверхности над другой (относительным геопотенциалом) называется толщина слоя в геопотенциальных метрах между этими изобарическими поверхностями (разность их абсолютных геопотенциалов). Относительный геопотенциал в геопотенциальных метрах определяется формулой

$$\Phi_{P_1}^{P_2} = 67,4 \bar{T}_v \lg \frac{P_1}{P_2}$$

где  $P_1$  и  $P_2$  – давление на нижней и верхней изобарических поверхностях,  $\bar{T}_v$  – средняя виртуальная температура слоя между этими поверхностями.

Приращение относительного геопотенциала  $\delta\Phi_{P_1}^{P_2}$  в результате изменения  $\bar{T}_v(\delta\bar{T}_v)$  определяется по формуле



$$\delta\Phi_{P_1}^{P_2} = 67,4 \delta\bar{T}_v \lg \frac{P_1}{P_2}$$

## ЗАДАЧИ

2.1. Определить величину, вертикального градиента давления при нормальных условиях вблизи уровня моря ( $\rho = 1,29 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$ ). Как изменяется вертикальный градиент давления с высотой и чем это объясняется? Схематически изобразить изменение давления с высотой в однородной атмосфере. В однородной или в реальной атмосфере давление изменяется быстрее? Для однородной атмосферы, в которой температура у поверхности Земли равна  $25^\circ\text{C}$  найти уровни, где давление обращается в нуль и где оно вдвое меньше давления у поверхности.

2.2. Объяснить, почему на высотах в холодных воздушных массах преобладает низкое давление, а в тёплых – высокое. В каких широтах – низких или высоких – давление быстрее изменяется с высотой при прочих равных условиях? Вычислить давление на уровнях 1, 5, 8 км для однородной атмосферы.  $P_0 = 1000 \text{ гПа}$ ;  $T_0 = 273 \text{ К}$

2.3. Вычислить высоту однородной атмосферы при  $t = -25^\circ\text{C}$  и  $t = 25^\circ\text{C}$ . Как и на сколько изменится высота однородной атмосферы при изменении температуры у поверхности Земли от  $0^\circ\text{C}$  до  $10^\circ\text{C}$ ,  $20^\circ\text{C}$ ,  $30^\circ\text{C}$ ? Проанализировать сезонный ход высоты однородной атмосферы.

2.4. Определить вертикальный градиент температуры в однородной атмосфере. Найти температуру на высотах 3, 5, 7 км. Температуру у поверхности Земли принять равной  $10,0^\circ\text{C}$ . Схематически изобразить изменение температуры с высотой.

2.5. Какова высота изотермической атмосферы? Вычислить давление на уровнях 1, 3, 5, 7 км для однородной и изотермической атмосферы. Давление у поверхности Земли принять равным  $1000 \text{ гПа}$ , температуру  $0,0^\circ\text{C}$ . В какой атмосфере давление быстрее убывает с высотой?

2.6. Определить изменение давления в изотермической атмосфере в слое 0–5 км, 5–10 км, 20–25 км.

2.7. Барометрической ступенью называется такая высота, на которую нужно подняться с исходного уровня, чтобы давление упало на 1 гПа (или 1 мм рт.ст.). Вычислить величину барометрической ступени в теплой ( $t = 20,0^\circ\text{C}$ ) и холодной ( $t = -20,0^\circ\text{C}$ ) воздушных массах. Давление на исходном уровне принять равным  $1000 \text{ гПа}$ . Сравнить их величину.

2.8. Вывести формулу для изменения барометрической ступени в зависимости от изменения давления и температуры, считая эти изменения малыми. Каково относительное изменения барометрической ступени (в %), если:

- а) температура повысится на  $1^\circ\text{C}$ ;
- б) температура понизится на  $1^\circ\text{C}$ ;
- в) давление повысится на 1 гПа;
- г) давление понизится на 1 гПа.

$$T = 250 \text{ К}, P = 500 \text{ гПа.}$$

2.9. Определить высоту политропной атмосферы, если температура на уровне моря  $15,0^\circ\text{C}$ , а вертикальный градиент температуры 6, 10, 15 К/км.

2.10. При каких значениях вертикального градиента формула  $H = \frac{T_0}{\gamma}$  теряет физический смысл? Отличается ли высота реальной атмосферы от высоты политропной атмосферы с градиентом 6 К/км?

2.11. Используя барометрическую формулу, вывести формулу, связывающую между собой локальные изменения давления на разных уровнях в изотермической атмосфере.

2.12. Найти по сокращенной барометрической формуле высоты, на которых атмосферное давление в 5 и 10 раз меньше, чем на уровне моря. Среднюю температуру тропосферы считать равной  $-5,0^\circ\text{C}$ .

2.13. Определить с точностью до 1% давление на высоте 10 км в стандартной атмосфере, в которой на уровне моря принято давление 1000 гПа и температура  $15,0^\circ\text{C}$ . Изменился бы результат расчётов, если бы в атмосфере наблюдалась инверсия температуры?

2.14. В двух соседних воздушных массах, имеющих разную температуру у поверхности Земли, давление одинаково и равно 1000 гПа. Какова разность давлений на высоте 1000 м, если температура одной воздушной массы  $T_1 = T_0 - \gamma_1 z$ , другой  $T_2 = T_0' - \gamma_2 z$ ,  $\gamma_1 = 0,5 \text{ К/100 м}$ ,  $\gamma_2 = 0,1 \text{ К/100 м}$ ,  $T_0 = 270 \text{ К}$ ,  $T_0' = 275 \text{ К}$ ?

2.15. Вычислить абсолютную высоту изобарических поверхностей 900, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 200 и 100 мб для однородной атмосферы, если  $\bar{T}_v = 300 \text{ К}$ ,  $P_0 = 1000 \text{ мб}$ .

2.16. Каково изменение температуры  $\delta\bar{T}_v$ , если при изменении давления на уровне моря  $\delta P_0 = 5 \text{ мб}$  изобарическая поверхность 500 мб поднялась на  $\delta\Phi_P = 50 \text{ гп м}$ ?  $\bar{T}_v = 260 \text{ К}$ ,  $P_0 = 1000 \text{ мб}$ ?

2.17. Как должно измениться давление на уровне моря, если при превышении средней температуры на  $3^\circ\text{C}$  изобарическая поверхность 500 гПа поднялась на 30 гп м?  $\bar{T}_v = 265 \text{ К}$ , давление над уровнем моря  $P_0 = 1000 \text{ гПа}$ .

2.18. Как должно измениться давление на уровне моря, если при понижении средней температуры на  $4^\circ\text{C}$  изобарическая поверхность 600 мб опустилась на 25 гп м?  $\bar{T}_v = 260 \text{ К}$ ,  $P_0 = 990 \text{ мб}$ .

2.19. На сколько геопотенциальных метров должна измениться высота изобарической поверхности 400 мб, если при повышении средней температуры на  $5^\circ\text{C}$  давление на уровне моря уменьшилось на 7 мб?  $\bar{T}_v = 285 \text{ К}$ ,  $P_0 = 1000 \text{ мб}$ .

2.20. На сколько процентов и как изменится геопотенциальная  $\Phi_{700}$  и  $\Phi_{200}$ , если:

1) давление на уровне моря изменится от 1000 до 975 мб при неизменной средней температуре;

2) средняя температура слоя изменится от  $-3^\circ\text{C}$  до  $-13^\circ\text{C}$  при неизменном давлении на уровне моря.

2.21. Вычислить относительный геопотенциал по следующим данным:

а)  $P_1 = 300 \text{ мб}$ ,  $P_2 = 200 \text{ мб}$ ,  $\bar{t}_v = -33^\circ\text{C}$ ,

б)  $P_1 = 1000 \text{ мб}$ ,  $P_2 = 100 \text{ мб}$ ,  $\bar{t}_v = -38^\circ\text{C}$ .

2.22. Температура на уровне 1000 мб равна  $-5^\circ\text{C}$ , вертикальный градиент температуры  $\gamma = 6,5 \text{ К/км}$ . Чему равен относительный геопотенциал  $\Phi_{1000}^{500}$ ?

2.23. Чему равна средняя температура слоя между поверхностями 700 мб и 500 мб, если его толщина составляет 2,5 км?

### 3. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В СУХОМ И ВЛАЖНОМ ВОЗДУХЕ.

Изменение температуры перемещающейся по вертикали массы сухого воздуха можно определить:

$$\frac{dT_i}{dz} = \frac{1}{C_p} \frac{dQ}{dz} - \gamma_a$$

Если приток тепла  $\frac{dQ}{dz} \ll C_p \gamma_a$ , процесс можно считать адиабатическим.

Если температура частицы воздуха  $T_i$  отличается от температуры окружающих её масс воздуха  $T_e$ , то на частицу действует сила плавучести (разность между силой тяжести и архимедовой подъёмной силой):

$$dF = (\rho_i - \rho_e) g dv.$$

При  $T_i > T_e$  сила плавучести направлена вверх, при  $T_i < T_e$  – вниз.

Атмосфера может находиться в устойчивом, безразличном или неустойчивом термодинамическом состоянии, в зависимости от того, в какую сторону действует сила плавучести на частицу воздуха при её вертикальном смещении из положения равновесия.

Критерием устойчивости является соотношение между вертикальными градиентами температуры  $\gamma = -\frac{dT}{dz}$  для атмосферы в целом ( $\gamma_e$ ) и для отдельной перемещающейся частицы ( $\gamma_i$ ).

- условие устойчивости:  $\gamma_i > \gamma_e$ ;
- условие неустойчивости:  $\gamma_i < \gamma_e$ ;
- условие безразличного равновесия – (совпадение зависимостей  $T(z)$  для атмосферы и частицы):  $\gamma_i = \gamma_e$ .

Поскольку процесс теплообмена протекает медленно, наиболее вероятно адиабатическое смещение частицы. В этом случае изменение температуры частицы характеризуется сухоадиабатическим градиентом:

$$\gamma_i = \gamma_a = \frac{g}{C_p}.$$

Если при смещении частицы успевают произойти теплообмен, изменение температуры частицы характеризуется политропическим градиентом:

$$\gamma_i = \gamma_n = \frac{n-1}{n} \frac{g}{R_c}.$$

При политропическом процессе (удельная теплоёмкость  $c = const$ ) термодинамические параметры состояния связаны соотношениями:

$$Pv^n = const, \quad \frac{T}{T_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{n-1} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{n-1}{n}},$$

где  $n = \frac{c_p - c}{c_v - c}$  – показатель политропы,  $c = \frac{dQ}{dT}$  – теплоёмкость воздуха.

Уровень конвекции  $z_{кв}$  – высота, на которой поднимающаяся частица перегретого воздуха примет температуру окружающей среды:

$$z_{кв} = \frac{T_i - T_e}{\gamma_i - \gamma_e}$$

( $T_i, T_e$  – температура частицы и среды на начальном уровне).

Энергия неустойчивости атмосферы в цилиндрической области диаметра  $d$ , располагающейся между уровнями давления  $P_1$  и  $P_2$  и имеющей температуру, в среднем на  $\Delta T$  превышающую температуру окружающей среды:

$$E = \frac{\pi d^2}{4} \frac{R_c \Delta T}{g} \left( P_1 - P_2 - P_2 \ln \frac{P_1}{P_2} \right).$$

Потенциальной температурой  $\theta$  называется условная температура, которую приняла бы частица, сухого воздуха, если её адиабатически перевести на уровень, где давление составляет 1000 гПа. Главным свойством потенциальной температуры является её постоянство при адиабатических процессах. В частности, при турбулентных движениях отдельные массы воздуха "переносят" с собой свою потенциальную температуру. При смещении различных масс воздуха их потенциальные температуры выравниваются, и поэтому в идеально перемешанной области атмосферы  $\theta$  не меняется по высоте.

$$\theta = T \left( \frac{1000}{P} \right)^{\frac{R_c}{C_p}}.$$

Вертикальный градиент потенциальной температуры связан с вертикальным градиентом температуры соотношением:

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{\theta}{T} \left( \frac{dT}{dz} + \gamma_a \right).$$

При подъёме частицы насыщенного влажного воздуха без теплообмена с окружающей средой изменение температуры частицы с высотой характеризуется влажноадиабатическим градиентом  $\gamma_a'$ :

$$\gamma_a' = \frac{g}{C_p} \frac{1 + \frac{L}{R_g T} s}{1 + \frac{L}{C_p E} \frac{dE}{dT} s}$$

## ЗАДАЧИ

3.1. Вычислить и сравнить сухоадиабатические градиенты температуры для атмосферы Земли и Марса. Считать атмосферу Марса состоящей из углекислого газа. Масса Марса составляет 0,11 от массы Земли, средний радиус – 0,53 от радиуса Земли.

3.2. Результаты измерения температуры атмосферы у земной поверхности ( $t_0$ °C) и на высоте 1 км ( $t_1$ °C):

- а)  $t_0$ °C = 20°С;  $t_1$ °C = 9°С;
- б)  $t_0$ °C = 12°С;  $t_1$ °C = 4°С;
- в)  $t_0$ °C = 18°С;  $t_1$ °C = 7°С;
- г)  $t_0$ °C = 15°С;  $t_1$ °C = 8°С;
- д)  $t_0$ °C = 2°С;  $t_1$ °C = 14°С;

Считая изменения температуры по высоте линейным, определить устойчивость атмосферы по отношению к адиабатическому перемещению сухого воздуха.

3.3. Температура атмосферы ( $t$ °C) изменяется по высоте ( $z$ , км) по закону:

- а)  $t = 15 - 6z - 2z^2$ ;
- б)  $t = 30 - 12z + z^2$ ;
- в)  $t = z - 2z^2$ ;
- г)  $t = 20e^{-0,8z}$ ;

Определить области устойчивой и неустойчивой стратификации для сухого воздуха. Возможно ли в какой-либо точке атмосферы статически безразличное состояние?

3.4. Состояние поднимающихся частиц сухого воздуха изменяется по политропе с показателем  $n = 1,6$ . В окружающей атмосфере температура падает на  $11^\circ\text{C}$  при подъёме на каждый километр. Определить состояние устойчивости атмосферы.

3.5. Состояние атмосферы статически безразлично по отношению к адиабатическим смещениям частиц. Определить вертикальную устойчивость атмосферы по отношению к смещениям частиц с теплообменом для следующих случаев:

- а) подъём с подводом тепла;
- б) подъём с отводом тепла;
- в) спуск с отводом тепла;
- г) спуск с подводом тепла.

3.6. Температура атмосферы уменьшается по высоте с градиентом  $13\text{ К/км}$ . В поднимающейся массе сухого воздуха каждый её грамм отдаёт в окружающую среду за счёт теплопроводности  $2\text{ мДж}$  при подъёме на  $1\text{ м}$ . Определить, с каким вертикальным градиентом меняется температура поднимающейся частицы. Будет ли состояние атмосферы устойчивым?

3.7. Изменение температуры атмосферы по высоте описывается уравнением:

$$t = 20^\circ\text{C} - 5 \frac{^\circ\text{C}}{\text{км}} z.$$

Какое количество тепла на единицу массы должна получать или отдавать частица сухого воздуха при подъёме на каждый километр, чтобы соотношение равновесия было безразличным?

3.8. Перегретая на  $5^\circ\text{C}$  частица сухого воздуха адиабатически поднялась от земной поверхности на высоту  $2500\text{ м}$ , где её движение прекратилось. Определить градиент температуры в атмосфере.

3.9. Температура атмосферы падает на  $8^\circ\text{C}$  при подъёме на каждый километр. Частица сухого воздуха у земли перегрета на  $10^\circ\text{C}$  по сравнению с окружающей средой. Определить, до какого уровня поднимется, эта частица, если её подъём будет протекать в следующих условиях:

- а) адиабатически;
- б) по политропе с показателем  $n$ , отличающимся на  $0,1$  от показателя адиабаты за счёт теплообмена частицы с окружающей средой.

3.10. Определить энергию неустойчивости, сосредоточенную в облаке диаметром  $6\text{ км}$ , нижняя граница которой расположена на уровне  $800\text{ гПа}$ , а верхняя – на уровне  $200\text{ гПа}$ , при средней разности температур в облаке и окружающей атмосфере  $5^\circ\text{C}$ . Сравнить полученную энергию с энергией средней атомной бомбы ( $10^8\text{ МДж}$ ).

3.11. Вывести формулу, связывающую потенциальную температуру с термодинамической температурой  $T$  и давлением  $P$ . Вычислить потенциальную температуру в той точке траектории шара-зонда, где находящиеся на нём датчики давления и температуры показывали соответственно  $700\text{ гПа}$  и  $5^\circ\text{C}$ . Считая атмосферу идеально перемешанной, определить термодинамическую температуру на уровне  $850\text{ гПа}$ .

3.12. Температура на изобарической поверхности  $800\text{ гПа}$  равна  $8,6^\circ\text{C}$ . Вычислить потенциальную температуру на этой высоте.

3.13. Вывести формулу  $C = C_p \left(1 - \frac{\gamma_a}{\gamma_e}\right)$ .

3.14. Изменение давления и температуры атмосферы по высоте дано таблицей:

$z$ , м	1080	1270	1460	1650
$P$ , гПа	890	870	850	830
$t$ , °C	8,0	6,5	5,0	3,5

Для каждого уровня определить состояние устойчивости атмосферы по отношению к влажноадиабатическому подъёму частицы насыщенного воздуха.

3.15. Известно распределение температуры в атмосфере:  $t = 10^\circ\text{C} - 4\frac{^\circ\text{C}}{\text{км}}z$ . У земной поверхности давление воздуха 1000 гПа, точка росы  $10^\circ\text{C}$ . Определить состояние устойчивости атмосферы в приземном слое.

3.16. Вычислить влажноадиабатический градиент температуры по следующим данным: начальное давление  $P_0 = 1000$  гПа,  $P_0 = 500$  гПа; начальная температура  $t_0 = 17^\circ\text{C}$ ,  $t_0 = 7^\circ\text{C}$ ,  $t_0 = -3^\circ\text{C}$ .

#### 4. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ОБРАЗОВАНИЯ ОБЛАКОВ И ОСАДКОВ.

При наблюдающихся в атмосфере температурах водяной пар может изменять своё агрегатное состояние, переходя в жидкое (вода) и твердое (лёд) состояния. В результате конденсации и сублимаций водяного пара в атмосфере возникают облака и туманы. В свободной атмосфере важнейшим процессом, приводящим к облакообразованию, является вынужденный подъём воздушных масс. При восходящем движении понижается температура воздуха, что вызывает пересыщение водяного пара и конденсационный рост капель. Уровень конденсации  $z_{\text{конд.}}$ , на котором воздух достигает состояния насыщения  $f = 100\%$ , совпадает с нижней границей облака. Зная относительную влажность  $f_0$  и температуру воздуха  $T_0$  у поверхности Земли, нижнюю границу облаков можно определить по формуле:

$$z_{\text{конд.}} = - \frac{\ln f_0}{c \gamma_0 - \frac{g}{R_c T_0}},$$

$C = 0,073 \frac{1}{\text{К}}$  при  $T = 273$  К и  $C = 0,067 \frac{1}{\text{К}}$  при  $T = 283$  К.

Для расчётов можно использовать приближённую формулу:

$$z_{\text{конд.}} \approx 4 \lg \frac{1}{f_0} \text{ [км]}$$

Капли меняют свои размеры посредством молекулярного обмена. Скорость роста капли вследствие конденсации можно рассчитать по формуле:

$$r_k^2 - r_{k_0}^2 = \frac{2\rho D}{\rho_w} (s - s_k) t,$$

где  $r_k$  – радиус капли в данный момент времени;  $r_{k_0}$  – радиус капли в начальный момент,  $t$  – время роста капли;  $D$  – коэффициент молекулярной диффузии водяного пара в воздухе;  $\rho$  – плотность воздуха;  $\rho_w$  – плотность воды;  $s$  – удельная влажность воздуха,

$$s_k = 0,622 \frac{E(T)}{P},$$

где  $E(T)$  – упругость насыщения водяного пара над каплей, для расчётов её можно принять равной упругости насыщения над плоской поверхностью чистой воды (приложение 3). После того как капли достигают размеров  $r_k = (2-6) \cdot 10^{-5}$  м, преобладающую роль играют процессы коагуляции облачных элементов. Коагуляция обусловлена различной скоростью падения облачных элементов, турбулентным и броуновским движением,

электростатическими силами и т.д. Капли разных размеров движутся с различной скоростью. При малых числах Рейнольдса

$$R_e = \frac{\rho v r_k}{\eta} \leq 1,$$

где  $\eta$  - динамический коэффициент молекулярной вязкости воздуха (приложение 5), считая каплю шарообразной, силу сопротивления движению капли можно оценить по закону Стокса:

$$F_c = 6 \pi \eta r_k v$$

Тогда скорость установившегося движения капель пропорциональна квадрату радиуса капли

$$v_s = \frac{2}{9} \frac{g \rho_w}{\eta} r_k^2$$

Формула справедлива для капель размером  $r_k = 10^{-7} - 5 \cdot 10^{-5}$  м. Для расчёта силы сопротивления более крупных капель ( $R_e > 1$ ) можно воспользоваться формулой

$$F_c = c_f \frac{\rho \pi}{2} \cdot \pi r_k^2 v^2$$

где  $c_f$  - коэффициент сопротивления, зависящий от числа Рейнольдса  $R_e$  (приложение 6). Скорость установившегося движения капель  $r_k > 5 \cdot 10^{-5}$  и определяется соотношением:

$$v_s = \sqrt{\frac{8}{3} \frac{r_k g \rho_w}{\rho c_f}}$$

При  $r_k = 10^{-2}$  м капли распадаются.

Важнейшей характеристикой облаков и туманов является их водность. Абсолютной водностью  $\delta$  называют массу капель, воды и кристаллов льда, содержащихся в единичном объёме воздуха (чаще всего в  $1 \text{ м}^3$ ).

## ЗАДАЧИ

4.1. Определить высоту уровня конденсации, если температура у поверхности Земли  $10,0^\circ\text{C}$ , относительная влажность 55%. Построить график адиабатического подъёма единичной массы воздуха, определить её температуру на уровне конденсации. Вертикальный градиент температуры принять равным  $14 \text{ К/км}$ .

4.2. Рассчитать высоту нижней границы облачности, воспользовавшись приближенной формулой при значениях относительной влажности у поверхности Земли 80%, 50%, 30%. Какова эта высота, если относительная влажность у Земли равна 100%?

4.3. Определить относительную влажность воздуха у поверхности Земли, если уровень конденсации наблюдается на высоте 1 км, температура у поверхности Земли равна  $10,0^\circ\text{C}$ , наблюдается вынужденный подъём воздушных масс.

4.4. Определить изменение размеров капли за счёт конденсации за  $t = 1, 5, 10$  с, если температура воздуха  $20^\circ\text{C}$ , давление 1000 гПа, удельная влажность воздуха  $15,6 \cdot 10^{-3}$ . Для расчётов воспользуйтесь приложением.

4.5. Определить радиус капли, если наблюдался конденсационный рост её в течение 20 с, начальный радиус капли  $5 \cdot 10^{-6}$  м, давление 1000 гПа, удельная влажность  $10,3 \cdot 10^{-3}$ , температура воздуха  $0,0^\circ\text{C}$ .

4.6. Капли могут изменять свои размеры за счёт процесса испарения. Определить время существования капель, если начальный радиус капель  $r_{к_с} = 1 \cdot 10^{-6}$  м;  $3 \cdot 10^{-6}$  м;  $1 \cdot 10^{-5}$  м;  $5 \cdot 10^{-5}$  м. Удельная влажность воздуха  $5 \cdot 10^{-3}$ , температура воздуха  $10,0^\circ\text{C}$ , давление 1000 гПа. Для расчётов воспользуйтесь приложением.

4.7. Время падения капли из облака превышает 1 мин. Достигнут ли осадки земной поверхности, если радиус капель  $r_к = 25 \cdot 10^{-5}$  м и более, удельная влажность воздуха  $s = 0,6 \cdot 10^{-3}$ , температура воздуха  $15,0^\circ\text{C}$ , давление 1000 гПа. Для расчётов воспользуйтесь приложением.

4.8. Какие силы действуют на каплю, находящуюся во взвешенном состоянии? Определить скорость установившегося движения капель, радиус которых  $r_к = 10^{-7}$  м,  $10^{-6}$  м,  $10^{-5}$  м. Температура воздуха  $7,0^\circ\text{C}$ .

4.9. Вычислить скорость установившегося движения капли радиусом 1 мм. Для определения коэффициента сопротивления воспользуйтесь графиком (приложение 6). Задачу решать методом последовательных приближений, задав на первом приближении  $C_f = 0,5$ .

4.10. Доказать, что скорость роста капли за счёт, гравитационной коагуляции определяется выражением  $\frac{dr}{dt} = \frac{\delta v_s}{4\rho_w}$ . Вычислить скорость роста капли, если водность облака  $\delta = 0,4 \cdot 10^{-3}$  кг/м<sup>3</sup>, скорость установившегося движения капли  $v_s = 0,6$  м/с.

4.11. Чему равна водность облака, если скорость роста капли за счёт гравитационной коагуляции составляет  $10^{-7}$  м/с. Скорость установившегося движения капли  $v_s = 0,6$  м/с.

4.12. Определить скорость восходящего потока, если за счёт процесса ламинарной коагуляции капли, радиус которых первоначально составлял  $2 \cdot 10^{-7}$  м, возросли до размеров  $r_к = 5 \cdot 10^{-5}$  м.

4.13. Чему равна скорость восходящего потока, если в результате процесса турбулентной коагуляции размер капель  $r_{к_0} = 2 \cdot 10^{-4}$  м увеличился до критического  $r_к = 1 \cdot 10^{-2}$  м.

4.14. Вычислить скорость восходящего потока, если в результате процесса коагуляции размеры капли изменились от  $r_{к_0} = 6 \cdot 10^{-7}$  м до  $r_к = 1 \cdot 10^{-2}$  м. В турбулентной области принять  $c_f = 5$ .

## 5. ДВИЖЕНИЕ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ. ВЕТРЫ В СВОБОДНОЙ АТМОСФЕРЕ.

Примером движений идеальной жидкости являются ветры в свободной атмосфере.

Прямолинейное равномерное движение воздуха под действием силы Кориолиса и горизонтального градиента давления называется геострофическим ветром. Геострофический ветер направлен по касательной к изобаре так, что в северном полушарии область низких давлений остается слева по ходу движения, а в южном – справа. Проекции, скорости геострофического ветра определяются по формулам:

$$u_g = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial P}{\partial y},$$



$$v_g = \frac{1}{l\rho} \frac{\partial P}{\partial x},$$

где  $\rho$  – плотность воздуха,  $l = 2\omega \sin\varphi$  – параметр Кориолиса,  $\omega$  – угловая скорость суточного вращения Земли.

Термическим ветром в некотором слое называется векторная разность геострофического ветра на верхней и нижней границах этого слоя. Термический ветер направлен по касательной к изотерме средней температуры слоя так, что в северном полушарии область низких температур остается от него слева, а в южном – справа. Проекция скорости термического ветра определяются по формулам:

$$u_T = u_g(z_2) - u_g(z_1) = -\frac{g}{lT_0} \frac{\partial T_0}{\partial y} \Delta z,$$

$$v_T = v_g(z_2) - v_g(z_1) = \frac{g}{lT_0} \frac{\partial T_0}{\partial x} \Delta z,$$

где  $u_g, v_g$  – проекции скорости геострофического ветра на высоте  $z_2$  и  $z_1$ ;  $g$  – ускорение свободного падения,  $T_0$  – средняя температура слоя;  $\Delta z$  – толщина слоя.

Разность между действительным ветром в свободной атмосфере и геострофическим ветром называется агеострофическим отклонением. Модуль скорости агеострофического отклонения определяется по формуле:

$$|\vec{w}'| = \frac{1}{l} \left| \frac{d\vec{w}}{dt} \right|,$$

где  $\vec{w}$  – скорость реального ветра.

Агеострофическое отклонение  $\vec{w}' \perp \frac{d\vec{w}}{dt}$  и направлено влево от  $\frac{d\vec{w}}{dt}$  в северном полушарии.

Градиентным ветром называется установившееся движение воздуха по стационарным круговым траекториям при отсутствии трения. Градиентный ветер направлен по касательной к изобаре так, что область меньших давлений остается в северном полушарии слева от движения, а в южном – справа.

Скорость градиентного ветра определяется по формуле:

$$w_r = \frac{lr}{2} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\rho r l^2} \frac{\partial P}{\partial r}} \right],$$

где  $r$  – радиус круговой траектории.

В северном полушарий ( $l > 0$ ) в циклонах ( $\frac{\partial P}{\partial r} > 0$ ),  $w_r$  – положительная величина, т.е. скорость направлена против часовой стрелки. В антициклоническом поле ( $\frac{\partial P}{\partial r} < 0$ ),  $w_r < 0$ , т.е. движение происходит по часовой стрелке.

## ЗАДАЧИ

5.1. При смещении вдоль меридиана в северном полушарии от искомой точки на  $3^\circ$  широты к северу давление возросло на 0,5%. Геострофический ветер на этой широте 12 м/с, а температура в свободной атмосфере равна  $-6,5^\circ\text{C}$ . Определить широту точки.

5.2. Вычислить скорость геострофического ветра на уровне моря, если расстояние между соседними изобарами на карте масштаба  $1:10^7$  равно 3 см, широта места  $\varphi = 60^\circ$ , при стандартном значении плотности воздуха, равном  $1,29 \text{ кг/м}^3$ .

5.3. Ветер на высоте 1,5 км северный 12 м/с, средний горизонтальный градиент температуры в слое 1,5 км до 2,5 км равен  $2^{\circ}\text{C}/100$  км и направлен на юг. Определить скорость геострофического ветра на высоте 2,5 км, если широта места  $60^{\circ}$ ,  $T_0 = 283$  К.

5.4. Определить средний горизонтальный градиент температуры, если известно, что на станции, широта которой  $50^{\circ}$ , геострофический ветер на высоте 700 м равен 8 м/с, а на высоте 1400 м скорость геострофического ветра обращается в нуль,  $T_0 = 273$  К.

5.5. Скорость реального ветра равна 12 м/с на широте  $55^{\circ}$ . Известно, что геострофический ветер отклонен вправо на  $45^{\circ}$  от реального ветра, а его скорость равна 9,5 м/с. Определить, как направлено и чему равно ускорение движения воздушного потока.

5.6. Определить скорость ветра в циклоне на широте  $60^{\circ}$ , на расстоянии 500 км от центра циклона, если давление на круговой траектории радиуса 600 км равно 99 гПа, а на круговой траектории радиуса 400 км равно 98,5 гПа.

5.7. Определить скорость ветра в антициклоне на широте  $50^{\circ}$ , если известно, что расстояние между соседними изобарами на карте масштаба  $1:10^7$  (проведенными через 5 гПа) равно 1,5 см, радиус кривизны их 7 см.

## 6. ДВИЖЕНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ. ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПОГРАНИЧНОМ И ПРИЗЕМНОМ СЛОЯХ АТМОСФЕРЫ.

Пограничным слоем атмосферы называется слой, в котором наряду с градиентом давления и кориолисовой силой существенную роль играют силы турбулентного трения.

Если ускорение отсутствует, вектор горизонтального градиента давления не меняется с высотой и коэффициент турбулентности постоянен, то распределение ветра с высотой  $z$  в пограничном слое атмосферы дается формулами:

$$u = u_g (1 - e^{-mz} \cos mz) ,$$

$$v = u_g e^{-mz} \sin mz ,$$

где  $u$  – составляющая скорости ветра вдоль геострофического ветра у поверхности Земли;  $v$  – составляющая, перпендикулярная геострофическому ветру у поверхности Земли (в северном полушарии направлена влево),  $u_g$  – скорость геострофического ветра у земли

$$m = \sqrt{\frac{\omega \sin \varphi}{k}} ,$$

где  $\omega$  – угловая скорость суточного вращения Земли,  $\varphi$  – географическая широта места,  $k$  – коэффициент турбулентности. Кривая изменения вектора скорости ветра с высотой  $v = f(u)$ , называется спиралью Экмана. Верхняя граница пограничного слоя находится по формуле:

$$H = \pi \sqrt{\frac{k}{\omega \sin \varphi}} .$$

Слой вблизи поверхности Земли (толщиной около 10 - 100 м) называется приземным слоем. Важной особенностью приземного слоя является относительное постоянство по высоте турбулентных потоков количества движения, тепла и влаги.

Важное значение при рассмотрении вопроса о распределении физических параметров и характеристик турбулентности вблизи поверхности Земли имеет критерий  $L$  ( $L$  – масштаб Монины-Обухова), имеющий размерность длины

$$L = - \frac{v_*^3}{\kappa \frac{g}{T} \frac{Q_0}{\rho C_P}},$$

где  $v_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$  – скорость трения,  $\tau$  – касательное напряжение у земной поверхности,  $\rho$  – плотность воздуха,  $C_P$  – теплоёмкость воздуха при постоянном давлении,  $g$  – ускорение свободного падения,  $T$  – температура воздуха,  $Q_0$  – вертикальный турбулентный поток тепла в приземном слое или у поверхности Земли.

При безразличной стратификации, т.е. при отсутствии вертикального турбулентного потока тепла ( $Q_0 = 0$ ,  $L = \infty$ ) скорость ветра  $w$  в приземном слое атмосферы меняется с высотой по логарифмическому закону:

$$w = \frac{v_*}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0},$$

где  $\kappa = 0,4$  – постоянная Кармана,  $z_0$  – уровень шероховатости, т.е. высота, на которой скорость ветра у поверхности Земли обращается в нуль. Удельная влажность при безразличной стратификации меняется по следующей формуле:

$$s - s_0 = - \frac{G}{\kappa \rho \alpha_s v_*} \ln \frac{z}{z_0},$$

где  $G$  – скорость испарения,  $\alpha_s = \frac{k_q}{k}$ ,  $k_q$  – коэффициент турбулентной диффузии водяного пара.

Коэффициент турбулентности при безразличной стратификации линейно изменяется с высотой, для  $z \geq z_0$

$$k = \kappa v_* z.$$

При стратификации, близкой к безразличной, турбулентный поток тепла  $Q_0$  мал (а значит мало  $\frac{z}{L}$ ), скорость ветра, температура и удельная влажность меняются с высотой в приземном слое следующим образом:

$$\begin{aligned} w &= \frac{v_*}{\kappa} \ln \left( \frac{z}{z_0} + B \frac{z}{L} \right), \\ T &= T_0 - \frac{Q_0}{\rho C_P \kappa \alpha_T v_*} \ln \left( \frac{z}{z_0} + B \frac{z}{L} \right), \\ s &= s_0 - \frac{G}{\rho \kappa \alpha_s v_*} \ln \left( \frac{z}{z_0} + B \frac{z}{L} \right), \end{aligned}$$

коэффициент  $B$  – меняется в широких пределах  $0,6 \leq B \leq 10$ ,  $\alpha_T = \frac{k_T}{k}$ ,  $k_T$  – коэффициент турбулентной теплопроводности. Считается, что  $\alpha_T$  близко к единице при безразличной стратификации, увеличивается до 3,0 – 3,5 с ростом неустойчивости и меньше единицы при устойчивой стратификации, причем  $\alpha_T = \alpha_s$ .

Коэффициент турбулентности при стратификации, близкой к безразличной, меняется по формуле:

$$k = \kappa v_* z \left( 1 - B \frac{z}{L} \right)$$

При неустойчивой стратификации ( $L < 0$ ) коэффициент турбулентности больше, чем при устойчивой ( $L > 0$ ).

## ЗАДАЧИ

6.1. Определить, на какой минимальной высоте от поверхности Земли скорость ветра для широты  $55^\circ$  совпадает по направлению со скоростью геострофического ветра зимой и летом, если коэффициент турбулентности, зимой равен  $5 \text{ м}^2/\text{с}$ , летом  $15 \text{ м}^2/\text{с}$ .

6.2. Оценить верхнюю границу пограничного слоя атмосферы на широте  $55^\circ$  в январе (коэффициент турбулентности равен  $7 \text{ м}^2/\text{с}$ ) и в июле (коэффициент турбулентности равен  $21 \text{ м}^2/\text{с}$ ).

6.3. Вывести формулы, описывающие распределение ветра в пограничном слое атмосферы при наличии термического ветра. При решении задачи принять  $k = \text{const}$ ,  $\frac{T}{T_0} = \text{const}$ ,  $\frac{g}{2\omega T_0} \frac{\partial T_0}{\partial y} = M = \text{const}$ ,  $\frac{g}{2\omega T_0} \frac{\partial T_0}{\partial x} = N = \text{const}$ , где  $k$  – коэффициент турбулентности в пограничном слое,  $\frac{\partial T_0}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial T_0}{\partial y}$  – средние горизонтальные градиенты температуры,  $\omega$  – вертикальная составляющая вектора угловой скорости суточного вращения Земли,  $T_0$  – температура атмосферы у поверхности Земли.

6.4. Построить спираль Экмана для широты  $\varphi = 55^\circ$  при скорости геострофического ветра  $10 \text{ м/с}$ , и коэффициенте турбулентности  $5 \text{ м}^2/\text{с}$ . Для каждой заданной высоты рассчитать: горизонтальные составляющие скорости ветра, угол наклона ветра, величину и направление силы Кориолиса ( $H = 25 \text{ м}$ ,  $100 \text{ м}$ ,  $200 \text{ м}$ ,  $1000 \text{ м}$ ). Плотность воздуха считать постоянной и равной  $1,29 \text{ кг/м}^3$ .

6.5. Определить, на какой минимальной высоте от поверхности Земли скорость ветра для широты  $60^\circ$  равна половине скорости геострофического ветра, если коэффициент турбулентности равен  $10 \text{ м}^2/\text{с}$ . (Воспользоваться методом последовательных приближений).

6.6. Определить коэффициент турбулентности атмосферы на высоте  $3 \text{ м}$  над поверхностью Земли при отсутствии вертикального потока тепла, если известно, что на высоте  $h = 100 z_0$  ( $z_0$  – шероховатость подстилающей поверхности) скорость ветра равна  $1 \text{ м/с}$ .

6.7. Коэффициент турбулентности атмосферы на высоте  $4 \text{ м}$  равен  $10 \text{ м}^2/\text{с}$  при отсутствии вертикального потока тепла, а скорость ветра на высоте  $3 \text{ м}$  –  $2,5 \text{ м/с}$ . Определить скорость ветра и коэффициент турбулентности на высоте  $1 \text{ м}$ ?

6.8. Скорость ветра на высоте  $2 \text{ м}$  над уровнем над поверхностью Земли с шероховатостью  $1 \text{ см}$  равна  $2,6 \text{ м/с}$ . Считая, что стратификация атмосферы безразличная, найти коэффициент турбулентности на высоте  $1 \text{ м}$ .

6.9. Вычислить значения коэффициента турбулентности на высоте  $0,25 \text{ м}$  при турбулентных потоках тепла  $300 \text{ Вт/м}^2$ , если динамическая скорость равна  $0,3 \text{ м/с}$ , а шероховатость подстилающей поверхности равна  $2 \text{ см}$ . Принять  $\rho = 1,3 \text{ кг/м}^3$  и  $T_0 = 273 \text{ К}$ ,  $C_p = 1005 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ,  $B = 1$ .

6.10. Определить удельную влажность атмосферы на высоте  $20 \text{ м}$  от поверхности Земли при безразличной стратификации, если известны значения удельной влажности на меньших высотах.

$z$	$1 \text{ м}$	$2,7 \text{ м}$	$10$
$s$	$5,4$	$5,2$	$5$

6.11. Считая стратификацию атмосферы безразличной, определить скорость испарения по следующим данным о профиле абсолютной влажности:

$z = 0,5$ м	$\rho_n = 7,3$ г/м <sup>3</sup>
$z = 1,0$ м	$\rho_n = 7,2$ г/м <sup>3</sup>
$z = 2,0$ м	$\rho_n = 7,2$ г/м <sup>3</sup>
$z = 4,0$ м	$\rho_n = 7,1$ г/м <sup>3</sup>

если известно, что коэффициент турбулентности на высоте 1 м равен 0,085 м<sup>2</sup>/с.

6.12. Вычислить значения коэффициента турбулентности на высоте 0,5 м для масштаба Монины-Обухова  $L = 5$  м (устойчивая стратификация) и  $L = -10$  м (неустойчивая стратификация). Динамическая скорость равна 0,15 м/с, принять параметр  $B$  равным 1.

6.13. Определить температуру и удельную влажность на высотах 5 м и 10 м, если известно, что скорость ветра на этих высотах равна 2 м/с и 2,5 м/с соответственно, динамическая скорость равна 0,3 м/с, шероховатость подстилающей поверхности 3 см, турбулентный поток тепла 0,2 Дж/(м<sup>2</sup>·с), скорость испарения 0,4 мм/ч. Принять плотность воздуха 1,3 кг/м<sup>3</sup>, температуру на уровне шероховатости 20°C, удельную влажность на этой поверхности 4,2 г/кг. Считать  $B = \alpha_T = \alpha_s = 1$ .

## 7. ВОЛНЫ В АТМОСФЕРЕ.

Важную роль в процессах энергообмена в природной среде играют волновые, процессы в атмосфере. Специфические формы облаков делают видимыми волны в атмосфере.

Характеристики волн – длина волны  $\lambda$ , волновое число  $\kappa$ , период  $T$ , частота  $\nu$ , фазовая скорость (скорость распространения волн)  $c$  и групповая скорость  $c_{gp}$  связаны между собой соотношениями:

$$\nu = \frac{2\pi}{T}, \quad \kappa = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad c = \frac{\nu}{\kappa}, \quad c_{gp} = \frac{d\nu}{d\kappa}.$$

В спокойной устойчиво стратифицированной атмосфере воздушная частица стабильно связана со своим положением равновесия. Если внешние силы выведут её из этого положения равновесия, то разность плотностей между частицей и средой приведет к появлению архимедовой силы, которая будет стремиться вернуть частицу обратно. Вследствие полученного импульса, частица пройдет положение равновесия и будет колебаться около среднего положения, пока её энергия не диссипирует. Волны, возникающие при такого рода движениях, называются внутренними гравитационными волнами. Важной характеристикой устойчивой стратификации атмосферы является частота Вайсяля-Брента, которая имеет смысл частоты инерционных колебаний частиц жидкости или газа, адиабатически смещенных по вертикали от уровня соответствующего положению равновесия:

$$\nu_B = \sqrt{\frac{g}{T}(\gamma_a - \gamma_e)}$$

Амплитуда гравитационных волн равна  $A = \frac{c_0}{\nu_B}$ , где  $c_0$  – фазовая скорость волн в начальный момент (на начальном уровне).

Под влиянием возмущений и вращения Земли в западном потоке возникают волновые движения, получившие название волн Россби. Скорость движения волн Россби  $c$  равна

$$c = u - \frac{\beta \lambda^2}{4\pi^2}$$

где  $u$  – скорость западного переноса,  $\lambda$  – длина волны,  $\beta = (2\omega \cos\varphi) / R_3$  – параметр Россби,  $R_3$  – радиус Земли. Скорость движения волн с запада на восток тем меньше, чем больше длина волны. Волны с длиной  $\lambda_s$ , удовлетворяющей соотношению

$$\lambda_s = 2\pi \sqrt{\frac{u}{\beta}}$$

неподвижны ( $c = 0$ ). Волны, длина которых  $\lambda > \lambda_s$  движутся с востока на запад. Длина неподвижных волн может составлять несколько тысяч километров.

## ЗАДАЧИ

7.1. Определить частоту Вейсяля-Брента, если известно, что температура равна 273 К,  $\gamma_e = 0,65$  К/100м.

7.2. Определить период гравитационных колебаний, если известно, что температура равна 270 К, а вертикальный градиент температуры  $\gamma_e = 0,60$  К/100 м.

7.3. Амплитуда гравитационных волн равна  $A = 90$  м, определить фазовую скорость гравитационных волн в начальный момент, если  $\gamma_e = 0,60$  К/100 м,  $T = 265$  К.

7.4. Найти фазовую и групповую скорость волн Россби длиной волны 500 км на широте  $50^\circ$  скорость западного переноса воздушных масс  $u = 50$  км/ч.

7.5. Найти длину волны Россби, распространяющейся в атмосфере со скоростью  $10^\circ$  долготы в сутки на широте  $45^\circ$ , если скорость западного потока  $u = 30$  км/ч.

7.6. Чему равна длина неподвижной волны Россби на широте  $60^\circ$ , если скорость зонального потока  $u = 50$  км/ч ?

7.7. Найти скорость распространения волн Россби длиной  $25^\circ$  на широте  $45^\circ$  в основном потоке, имеющем скорость  $10$  град/сутки.

7.8. Чему равна скорость распространения волн Россби, с периодом 6 суток на ширине  $45^\circ$  в потоке, имеющем скорость  $20^\circ$  долготы за сутки?

7.9. На какой широте скорость волн Россби, выраженная в градусах долготы за сутки, численно равна скорости, выраженной в м/с ?

7.10. Найти скорость перемещения и период волн Россби длиной  $30^\circ$  долготы в потоке скоростью  $15^\circ$  долготы в сутки на широте  $50^\circ$ .

7.11. Какова длина стационарных волн Россби в потоке  $5$  град/сутки на широте  $40^\circ$ ?

## ЛИТЕРАТУРА

1. Матвеев Л.Г. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы, Л.: Гидрометеиздат, 1984.
2. Хргиан А.Х. Физика атмосферы, т. 1, 2, Л.: Гидрометеиздат, 1979

Редактор

НЕКОТОРЫЕ КОНСТАНТЫ

Универсальная газовая постоянная  $R^* = 8314 \text{ Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К})$

Молекулярная масса сухого воздуха  $\mu_c = 28,96 \text{ кг}/\text{кмоль}$

Газовая постоянная сухого воздуха  $R_c = 287,05 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$

Удельные теплоемкости сухого воздуха  $C_P = 1005 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$

$C_V = 718 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$

Показатель адиабаты воздуха  $k = 1,4$

Нормальное ускорение свободного падения  $g = 9,807 \text{ м}/\text{с}^2$

Нормальное давление  $P = 1013,25 \text{ гПа}$

Нормальная температура  $T = 273,16 \text{ К}$ ;  $t = 0^\circ\text{C}$

Постоянная Стефана-Больцмана  $\delta = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$

Средний радиус Земли  $R_3 = 6370 \text{ км}$

Плотность воздуха  $\rho = 1,29 \text{ кг}/\text{м}^3$  (при нормальных условиях)

Плотность воды  $\rho_w = 1 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$

Коэффициент молекулярной диффузии водяного пара  $D = 0,22 \text{ см}^2/\text{с}$

Среднее расстояние от Земли до Солнца  $r_\odot = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$

Диаметр Солнца  $d = 1,392 \cdot 10^9 \text{ м}$

Период суточного вращения Земли  $\tau = 86400 \text{ с}$

АТОМНЫЕ МАССЫ НЕКОТОРЫХ ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

<i>Элемент</i>	<i>Символ</i>	<i>Атомная масса (а.е.м)</i>
Водород	H	1,008
Углерод	C	12,011
Азот	N	14,007
Кислород	O	15,999
Аргон	Ar	39,948



УПРУГОСТЬ НАСЫЩЕННОГО ПАРА  $E$  НАД ВОДОЙ

$t^{\circ}\text{C}$	гПа	$t^{\circ}\text{C}$	гПа	$t^{\circ}\text{C}$	гПа	$t^{\circ}\text{C}$	гПа	$t^{\circ}\text{C}$	гПа	$t^{\circ}\text{C}$	гПа
-50	0,0635	-19	1,366	-8	3,348	3	7,754	14	15,96	25	31,67
-45	0,1111	-18	1,487	-7	3,617	4	8,128	15	17,04	30	42,43
-40	0,1891	-17	1,618	-6	3,906	5	8,718	16	18,17	35	56,23
-35	0,3138	-16	1,759	-5	4,214	6	9,345	17	19,36	40	73,77
-30	0,5082	-15	1,911	-4	4,544	7	10,01	18	20,63	45	95,85
-25	0,807	-14	2,075	-3	4,897	8	10,72	19	21,96	50	123,89
-24	0,883	-13	2,251	-2	5,274	9	11,47	20	23,37		
-23	0,965	-12	2,440	-1	5,677	10	12,27	21	24,86		
-22	1,054	-11	2,644	0	6,107	11	13,12	22	26,43		
-21	1,150	-10	2,862	1	6,565	12	14,02	23	28,08		
-20	1,254	-9	3,096	2	7,054	13	14,97	24	29,83		

УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОТА ИСПАРЕНИЯ ВОДЫ

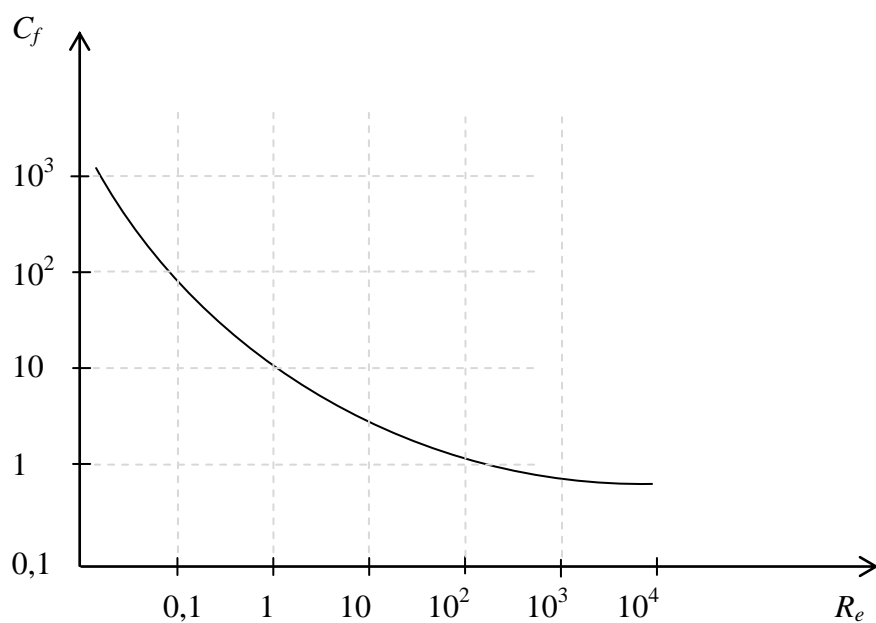
$t^{\circ}\text{C}$	-30	-15	-0	+0	+15	+30	+45
$L$ , МДж/кг	2,939	2,837	2,835	2,500	2,465	2,430	2,394

ВЯЗКОСТЬ, ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ И УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОЁМКОСТЬ ВОДЫ

$t^{\circ}\text{C}$	0	20	40	60	80	100
$10^6 \eta$ , кг/(м·с)	1752	1002	651	463	351	279
$10^3 \lambda$ , Вт/(м·К)	569	602	630	653	669	680
$C_p$ , кДж/(кг·К)	4,217	4,182	4,179	4,185	4,197	4,216

ВЯЗКОСТЬ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ВОЗДУХА

$T, K$	200	220	240	260	280	300	320
$10^6 \eta, \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$	13,25	14,36	15,44	16,46	17,46	18,46	19,45
$10^3 \lambda, \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$	18,1	19,8	21,4	23,1	24,7	26,3	27,9



## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	3
Уравнение состояния сухого и влажного воздуха.	
1. Характеристики влажного воздуха .....	4
2. Статика атмосферы .....	8
3. Термодинамические процессы в сухом и влажном воздухе .....	13
4. Физические процессы образования облаков и осадков .....	17
Движение идеальной жидкости.	
5. Ветры в свободной атмосфере .....	20
Движение вязкой жидкости.	
6. Динамические процессы в пограничном и приземном слоях атмосферы .....	22
7. Волны в атмосфере .....	25

Составители: профессор Лина Павловна Дунаенко

Методические указания  
к проведению практических занятий  
по курсу  
"Физика природной среды"

ч. 1 "Физика атмосферы"